الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2013

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول $v_0 = 2$ وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن v_n بدلالة n.

ب) احسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددان 2013 و 718 متوافقان بتردد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على7.

4- أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.

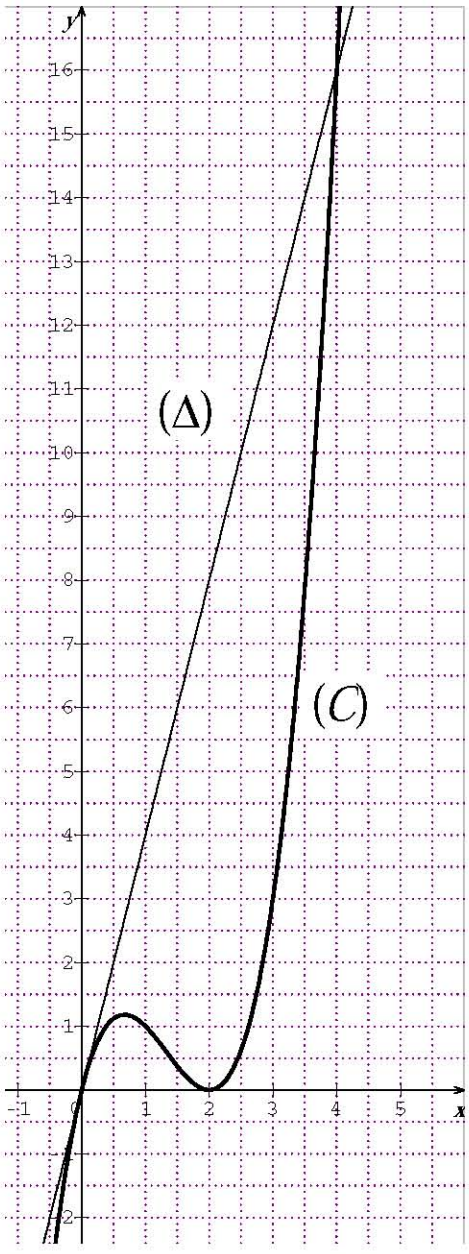
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

في الشّكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O، حيث: $y = g(x)$ معادلة له.



I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

3- عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة f:

1- أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثمّ ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أنّ: $g(x) = 4x$.

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ).

4- بيّن أنّ، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$.

5- عيّن بيانيا، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها 5 بحيث: $u_0+u_1+u_2+u_3=34$.

1- احسب u_0.

2- بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=5n+1$.

3- عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_{n+1}+u_n-8n=4033$.

4- احسب المجموع: $S=u_0+u_1+u_2+.....+u_{2013}$.

5- المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $v_n=2u_n+1$.

أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

ب) احسب المجموع: $S'=v_0+v_1+v_2+.....+v_{2013}$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 6[7]$.

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+b$ على 7.

2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2+3b^2 على 7.

3-أ) تحقّق أنّ: $b\equiv -1[7]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n+n\equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x-1}{2x-4}$ و (C) المنحنى البياني الممثّل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- بيّن أنّه، من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، $f(x)=1+\dfrac{3}{2x-4}$.

2- هل النقطة $A\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (C)؟

3- أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

ب) استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

4-احسب $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

5-جِد فواصل نقط المنحنى (C)، التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $-\frac{3}{2}$.

6-جِد إحداثيات نقط تقاطع (C) مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور التراتيب.

7-عيّن، مع التبرير، المنحنى (C) من بين المنحنيات (C_1) ، (C_2) ، (C_3) الممثلة أدناه.