

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

سنة 2003

المدة : 3 ساعات

شعبة : التسيير والاقتصاد

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط) :

(1) أحسب الطويلة وعمدة لكل من الأعداد المركبة من $z_1 = 2 + 3i$ ، $z_2 = 3 - 2i$ ، $z_3 = 1 + i$ ، $z_4 = 3\sqrt{3} - i$ (نذكر أن : $i^2 = -1$)

(2) المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس (م ، و ، ي) .

نضع $z = x + iy$ حيث : $x, y \in \mathbb{R}$ عدنان حقيقيان .

أ ، ب ، ن نقط من المستوي لاحقاتها $z_1 = 1 + 2i$ ، $z_2 = 2 + 3i$ ، $z_3 = 3 + 4i$ على الترتيب .

(α) احسب إحداثيي النقطة هـ مركز المسافات المتناسبة للنقط أ ، ب ، م المرفقة بالعملات $z_1 = 1 + 3\sqrt{3}i$ ، $z_2 = 1 - 3\sqrt{3}i$ على الترتيب .

(β) عين مجموعة النقط ن من المستوي بحيث $|z - 1| = 2$.

(γ) نضع $z = 3\sqrt{3} - i$.

أوجد العدد الحقيقي س الذي تكون من أجله النقط أ ، ب ، ن على استقامة واحدة .

التمرين الثاني (04 نقاط) :

يحتوي كيس على 12 قريصة لا نفرق بينها عند اللمس . ثلاث منها تحمل الرقم 4 ، أربع تحمل الرقم 5 والبقية تحمل الرقم 6 .

(1) نسحب من هذا الكيس بصفة عشوائية قريصتين دفعة واحدة .

أ - احسب احتمال الحصول على قريصتين مجموع رقميهما أكبر من أو يساوي 10 .

ب - احسب احتمال الحصول على قريصتين تحمل كل منهما رقما زوجيا .

(2) نسحب من الكيس بصفة عشوائية قريصتين على التوالي دون إرجاع القريصة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي .

أ - احسب احتمال الحصول على قريصتين تحملان الرقم 5 .

ب - احسب احتمال الحصول على قريصتين لا تحمل أي منهما رقما فرديا .

المسألة : (12 نقطة) :

تأ دالة عددية للمتغير الحقيقي s حيث : $\Gamma(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} e^{-x} dx$ (س) - $s > 0$
(هـ) يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري .

- I - (1) ادرس تغيرات الدالة Γ .
- (2) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (Γ) الممثل للدالة Γ في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس .
- (3) أثبت أن (Γ) يقبل نقطة انعطاف ω فاصلتها 2 .
- (4) اوجد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (Γ) في النقطة ω .
- (5) احسب $\Gamma(1)$ و $\Gamma'(1)$ ثم أنشئ (Δ) و (Γ) .

II - يرمز Γ إلى اقتصار الدالة Γ على المجال $[1, +\infty[$.

- (1) برهن أن Γ تقبل دالة عكسية Γ^{-1} على المجال $[1, +\infty[$ يطلب تعيين مجموعة تعريفها .
- (2) شكل جدول تغيرات الدالة Γ^{-1} .
- (3) أنشئ المنحنى (Γ) الممثل للدالة Γ^{-1} في نفس المعلم السابق .

III - α, β عدنان حقيقيان . نعرف الدالة العددية Γ ذات المتغير الحقيقي s كما يلي :

$$\Gamma(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} e^{-x} dx$$

- (1) عيّن α و β حتى تكون Γ دالة أصلية للدالة Γ على \mathbb{R}^+ .
- (2) α عدد حقيقي موجب تماما .
احسب بدلالة α المساحة $M(\alpha)$ للهيئ المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمتين التي معادلاتها $s = 0$ ، $s = \alpha$ ، $x = \alpha$ ،
احسب نهاية $M(\alpha)$ لما $\alpha \rightarrow +\infty$.